

Параллелограмм. Прямоугольник. Ромб. Квадрат

1. Укажите верные утверждения:
 - а) Если один из углов параллелограмма равен 60° , то противоположный ему угол равен 120° .
 - б) Диагональ параллелограмма делит его углы пополам.
 - в) Если все стороны четырёхугольника равны, то он параллелограмм.
 - г) Если диагонали четырёхугольника делятся точкой пересечения пополам, то этот четырёхугольник — параллелограмм.
 - д) Диагональ треугольника делит его на два равных треугольника
 - е) Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм является квадратом.
2. Укажите верные утверждения:
 - а) Если диагонали четырёхугольника перпендикулярны, то он ромб.
 - б) Существует квадрат, который не является прямоугольником.
 - в) Четырёхугольник является прямоугольником, если противоположные стороны равны и параллельны.
 - г) Если диагонали параллелограмма делят его углы пополам, то этот параллелограмм — ромб.
 - д) Диагонали прямоугольника являются биссектрисами его углов.
 - е) Существует квадрат, который не является ромбом.
 - ж) В любом прямоугольнике диагонали взаимно перпендикулярны.
 - з) Если в ромбе один из углов равен 90° , то такой ромб — квадрат.
3. Сумма двух углов параллелограмма равна 50° . Найдите разность между градусными мерами тупого и острого углов параллелограмма.
4. На стороне BC параллелограмма $ABCD$ отмечена точка E так, что DE — биссектриса угла ADC . Найдите периметр параллелограмма, если $BE = 2$, а $DC = 8$.
5. На стороне BC параллелограмма $ABCD$ взяли точку F . Оказалось, что угол BAF равен 32° , а угол AFD равен 50° . Найдите угол CDF .

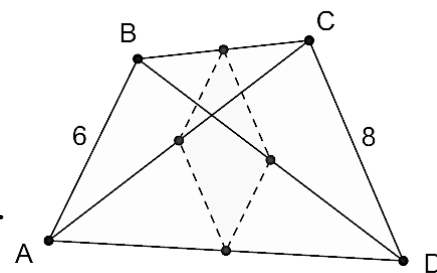
6. На сторонах AB и CD выпуклого четырехугольника $ABCD$ отмечены точки M и N соответственно так, что $BM = DN$. Отрезки MN и AC пересекаются в точке O и делят друг друга пополам. Докажите, что $ABCD$ — параллелограмм.
7. Один из углов ромба равен 120° , а его меньшая диагональ равна 4,5 см. Найдите периметр ромба.
8. Угол между высотами ромба, проведенными из одной из его вершин, равен 30° . Высота ромба равна 5 см. Найдите периметр ромба.

Трапеция

9. Укажите верные утверждения:
 - а) В любой трапеции есть тупой угол.
 - б) У любой трапеции боковые стороны равны.
 - в) Существует трапеция, все стороны которой различны.
 - г) Противоположные углы трапеции в сумме дают 180° .
 - д) Если два угла трапеции равны между собой, то она равнобедренная.
10. В прямоугольной трапеции $ABCD$ с прямым углом D угол BAD равен 45° , $AD = 7$, $BC = 3$. Найдите сторону CD .
11. Боковая сторона трапеции, равная 20, образует с одним из её оснований угол 150° . Найдите высоту этой трапеции.
12. Основания трапеции $ABCD$ равны 2 и 5, а боковая сторона CD равна 3. Найдите углы трапеции, если угол BAD равен 63° .

Средняя линия. Теорема Фалеса

13. В выпуклом четырёхугольнике стороны AB и CD непараллельны, причём $AB = 6$ см, $CD = 8$ см. Найдите периметр четырёхугольника, вершины которого лежат в серединах сторон BC и AD и в серединах диагоналей AC и BD .
14. Острый угол равнобедренной трапеции равен 60° , боковая сторона равна 8 см, а большее основание равно 12 см. Найдите среднюю линию этой трапеции.
15.
 - а) Определите вид четырёхугольника, вершины которого являются серединами сторон прямоугольника.
 - б) Определите вид четырёхугольника, вершины которого являются серединами сторон ромба.



► задача 13

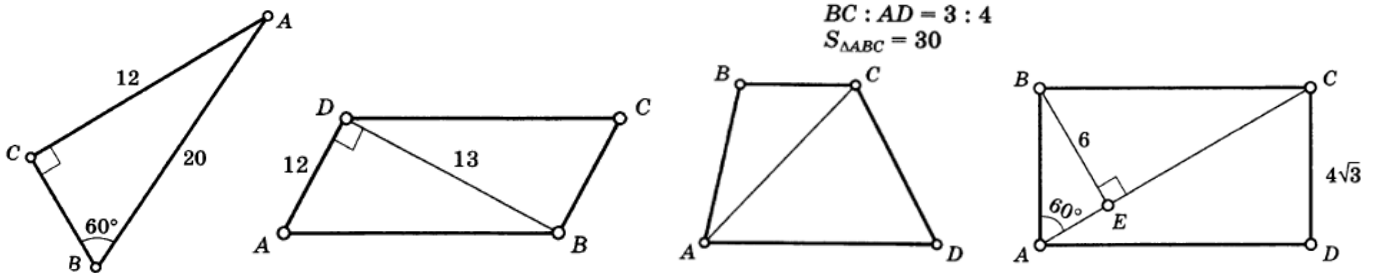
16. Даны две прямые. На одной прямой выбраны точки A, B, C , а на другой — точки A', B', C' таким образом, что $AA' \parallel BB' \parallel CC'$ и точка B лежит между точками A и C .
- а) Найдите $A'C'$, если $AB = 1, AC = 4, B'C' = 6$.
- б) Найдите AC , если $AB = 1,5, A'C' = 12, B'C' = 8$.

Признаки подобия треугольников

17. Укажите верные утверждения:
- а) Любые два прямоугольных треугольника подобны.
- б) Если три стороны одного треугольника пропорциональны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
- в) Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум другим сторонам другого треугольника, и угол одного треугольника равен углу другого треугольника, то такие треугольники подобны.
- г) Коэффициент подобия — число, равное отношению сходственных сторон подобных треугольников.
18. В остроугольном треугольнике ABC высоты AK и CM пересекаются в точке O . Какие из перечисленных пар треугольников подобны?
- а) $\triangle ABC \sim \triangle AOC$;
- б) $\triangle COK \sim \triangle AOM$;
- в) $\triangle AMC \sim \triangle CKA$;
- г) $\triangle AKB \sim \triangle CMB$.
19. На фотографии, сделанной с уровня земли, на расстоянии 50 м от дома видна только самая верхушка Останкинской башни. Найдите расстояние между домом и башней, если высота дома равна 30 м, а высота Останкинской башни — 540 м.
20. В подобных треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ провели медианы AD и A_1D_1 . Оказалось, что BD в 4 раза больше B_1D_1 . Найдите отношение периметров треугольников ABC и $A_1B_1C_1$.
21. На диагонали BD параллелограмма $ABCD$ отмечена точка K . Прямая AK пересекает прямые BC и CD в точках L и M , при этом $AK = 12, LK = 18, AD = 14$. Найдите KM .

Площади. Методы площадей

22. Найти площади фигур:



23. Площадь трапеции равна 80, а основания относятся как 1 : 3. Средняя линия разбивает трапецию на две трапеции. Найдите их площади.
24. а) Вершины одного квадрата расположены на сторонах другого и делят эти стороны в отношении 1 : 2, считая по часовой стрелке. Найдите отношение площадей квадратов.
- б) Стороны треугольника площади 1 разделены в отношении 3 : 1 по часовой стрелке. Найдите площадь треугольника с вершинами в точках деления.
25. Диагонали трапеции делят её на четыре треугольника. Докажите, что площади двух треугольников, прилегающих к её боковым сторонам, равны.
26. Диагонали разбивают четырёхугольник на четыре треугольника. Докажите, что произведение площадей двух треугольников, прилегающих к его противоположным сторонам, равно произведению площадей двух других треугольников.